المراجعة النهائية

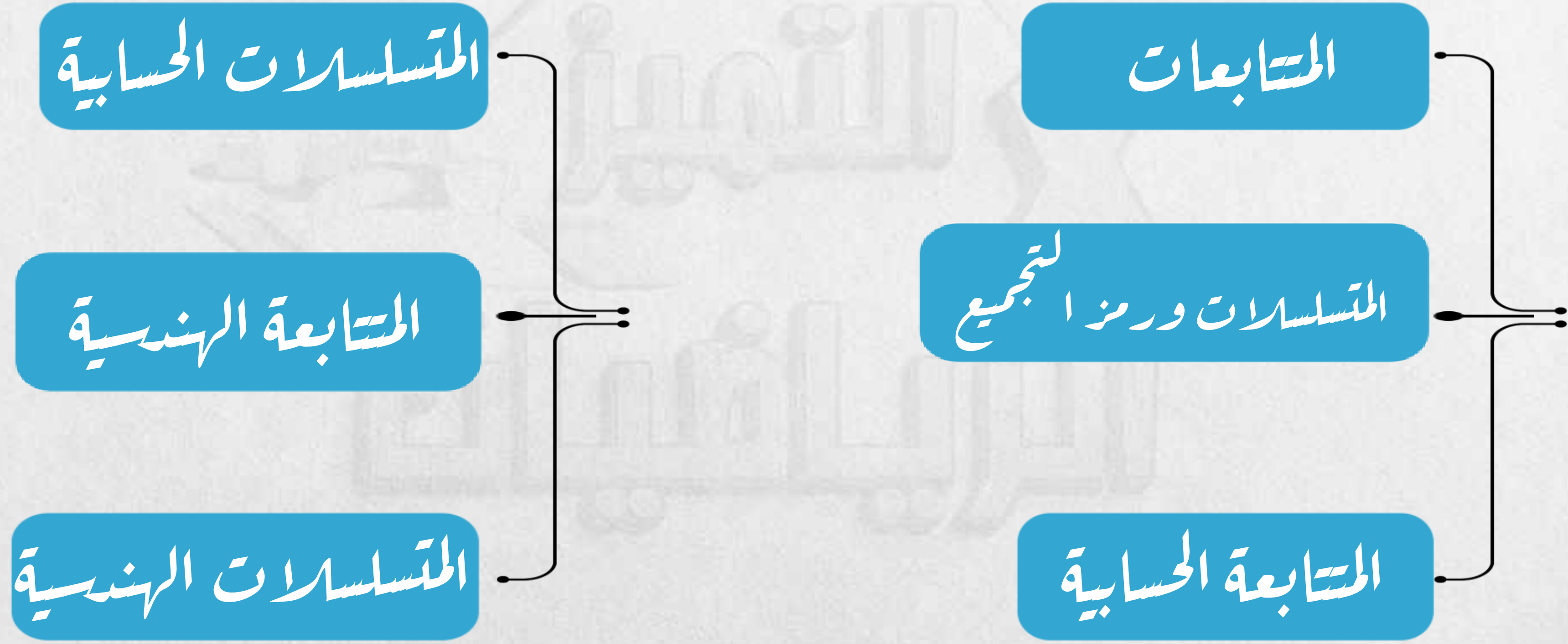
الصف الثاني الثانوي

الوحدة الاولي (جبر)

رياضيات بحتة

ترم ثاني (علمي + أدبي)

محتوي المراجعة



١ - المتتابعات

المتتابعات: هى دالة مجالها $ص^+$ أو مجموعة جزئية منها ومداها ح

الصورة العامة: ($ح_١$ ، $ح_٢$ ، $ح_٣$ ، .... ، $ح_ن$) و نرمز لها بالرمز ($ح_ن$)

ملاحظات:

حدود المتتابعة هى صور عناصر مجال المتتابعة .

الرمز ($ح_ن$) يعبر عن المتتابعة ، بينما الرمز $ح_ن$ يعبر عن حدها النونى .

الحد العام لمتتابعة: يسمى أيضاً بالحد النونى ونرمز له بالرمز $ح_ن$ وهو صورة العنصر الذى ترتيبه ن فى مجال المتتابعة .

٢- المتسلسلات ورمز التجميع

المتسلسلات

المتسلسلة هى عملية جمع حدود المتتابعة ويكون لكل متتابعة توجد متسلسلة مرتبطة بها .

ونكتب المتسلسلات بصورة مختصرة باستخدام رمز التجميع " Σ " (سيجما) .

مثال

أوجد $\sum_{ر=٥}^{٩} (٢ر + ١)$

الخواص الجبرية لرمز التجميع

١ $\sum_{ر=١}^{ن} ح = ح ن$

٢ $\sum_{ر=١}^{ن} ر = \frac{ن(ن+١)}{٢}$

٣ $\sum_{ر=١}^{ن} ر^{٢} = \frac{ن(ن+١)(٢ن+١)}{٦}$

٤ $\sum_{ر=١}^{ن} ح ع_{ر} = ح \sum_{ر=١}^{ن} ع_{ر}$

٥ $\sum_{ر=١}^{ن} (ع_{ر} \pm هـ_{ر}) = \sum_{ر=١}^{ن} ع_{ر} \pm \sum_{ر=١}^{ن} هـ_{ر}$

٣- المتتابعة الحسابية

تعريف

هى المتتابعة التى يكون فيها الفرق بين كل حد والحد السابق له مباشرة يساوى مقداراً ثابتاً يسمى أساس المتتابعة ونرمز له بالرمز (ء).

أساس المتتابعة (ء)

$ء = ح_{ن+١} - ح_{ن}$

الصورة العامة للمتتابعة الحسابية

(٢ ، ٢ + ء ، ٢ + ٢ء ، ٢ + ٣ء ، .... ، ل – ٢ء ، ل – ء ، ل)

ملاحظات

تكون المتتابعة الحسابية متزايدة إذا كان اساسها موجباً (ء > ٠)

تكون المتتابعة الحسابية تناقصية إذا كان اساسها سالباً (ء < ٠)

٣- المتتابعة الحسابية

الحد العام

ع$_{ن}$ = أ + (ن − ١) ء

الحد الأخير

ل = أ + (ن − ١) ء

ملاحظات

١ لإيجاد رتبة الحد الذى يساوى قيمة معلومة (ك) نضع : ع$_{ن}$ = ك

٢ لإيجاد رتبة أول حد تكون قيمته أكبر من ك نضع : ع$_{ن}$ > ك

٣ لإيجاد رتبة أول حد تكون قيمته أصغر من ك نضع : ع$_{ن}$ < ك

٤ لإيجاد رتبة أول حد سالب فى المتتابعة الحسابية نضع : ع$_{ن}$ < ٠

٣- المتتابعة الحسابية

المتتابعة الحسابية

يمكن تعيين المتتابعة الحسابية متى علم حدها الأول (ρ) وأساسها (ء) وذلك بحل معادلتين آنيتين من الدرجة الأولى فى متغيرين ρ ، ء

ملاحظات

١ إذا عُلم مجموع ثلاثة أعداد فى تتابع حسابى يفضل فرضهم على الصورة : ρ − ء ، ρ ، ρ + ء

٢ إذا عُلم مجموع أربعة أعداد فى تتابع حسابى يفضل فرضهم على الصورة : ρ − ٣ء ، ρ − ء ، ρ + ء ، ρ + ٣ء

٣- المتتابعة الحسابية

الأوساط الحسابية

إذا كانت ٩ ، ب ، ج ثلاث حدود متتالية من متتابعة حسابية
فإن ب تسمى الوسط الحسابى بين العددين ٩ ، ج

حيث ٢ ب = ٩ + ج أ، ب = $\frac{٩ + ج}{٢}$

٤- المتسلسلات الحسابية

تعريف هى عملية جمع حدود المتتابعة الحسابية .

أولاً بمعلومية حدها الأول (أ) وحدها الأخير (ل) :

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢} (أ + ل)$$

ثانياً بمعلومية حدها الأول (أ) والأساس (ء) :

$$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢} [٢ أ + (ن - ١) ء]$$

٤- المتسلسلات الحسابية

ملاحظات

عدد الحدود التى تجعل المجموع أكبر ما يمكن هو عدد الحدود الموجبة ونحسبة بوضع : $ح_ن > ٠$

٥- المتتابعة الهندسية

تعريف: تسمى المتتابعة $(ح_ن)$ حيث $ح_ن \neq ٠$ متتابعة هندسية إذا كان $\frac{ح_{ن+١}}{ح_ن}$ = مقدار ثابت لكل $ن \in ص^+$، ويسمى المقدار الثابت أساس المتتابعة ونرمز له بالرمز $(ر)$.

أساس المتتابعة(ر): $ر = \frac{\text{أى حد}}{\text{الحد السابق له مباشرة}}$

الصورة العامة للمتتابعة الهندسية: $(أ ، أ ر ، أ ر^٢ ، أ ر^٣ ، أ ر^٤ ، .... ، \frac{ل}{ر^٢} ، \frac{ل}{ر} ، ل)$

الحد العام: $ح_ن = أ \times ر^{ن - ١}$

الحد الأخير: $ل = أ \times ر^{ن - ١}$



٥- المتتابعة الهندسية

تعيين المتتابعة الهندسية

يمكن تعيين المتتابعة الهندسية إذا عُلم أ ، ر ولذلك نحتاج لمعادلتين نحلهما (بطريقة التحليل ثم القسمة) .

تذكر

١ فرق المربعين : $١ - ر^{٢} = (١ - ر)(١ + ر)$

٢ فرق المكعبين : $١ - ر^{٣} = (١ - ر)(١ + ر + ر^{٢})$

٣ مجموع المكعبين : $١ + ر^{٣} = (١ + ر)(١ - ر + ر^{٢})$

٤ $١ + ر^{٢} + ر^{٤} = (١ - ر + ر^{٢})(١ + ر + ر^{٢})$

٥- المتتابعة الهندسية

الأوساط الهندسية

إذا كانت ٩ ، ب ، جـ ثلاث حدود متتالية من متتابعة هندسية فإن ب تسمى الوسط الهندسى بين العددين ٩ ، جـ

حيث

ب^{٢} = ٩ × جـ ⟸ ب = ± $\sqrt{٩ \text{ جـ}}$

ملاحظات

١ الوسط الحسابى لعددين حقيقيين موجبين مختلفين أكبر من وسطهما الهندسى . أى أنه إذا كان ٩ ، ب عددين حقيقيين

٢ عدد حدود المتتابعة (ن) = عدد الأوساط + ٢

٦- المتسلسلات الهندسية

تعريف هى عملية جمع حدود المتتابعة الهندسية .

أولاً بمعلومية حدها الأول (أ) والأساس (ر) :

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ}\left(\text{١} - \text{ر}^{\text{ن}}\right)}{\text{١} - \text{ر}} \text{ ، } \text{ر} \neq \text{١}$$

ثانياً بمعلومية حدها الأول (أ) وحدها الأخير (ل) :

$$\text{ج}_{\text{ن}} = \frac{\text{أ} - \text{ل}\,\text{ر}}{\text{١} - \text{ر}} \text{ ، } \text{ر} \neq \text{١}$$

٦- المتسلسلات الهندسية

ملاحظة ع ~ن~ = جـ ~ن~ − جـ ~ن − ١~ لكل ن > ١

ويستخدم هذا القانون لمعرفة قيمة أى حد من حدود المتتابعة (حسابية أو هندسية) إذا عُلم قانون مجموعها بدلالة ن .

٦- المتسلسلات الهندسية

المتسلسلات الهندسية غير المنتهية

هى التى لها عدد لانهائى من الحدود .

ملاحظة

إذا كان : $|ر| < ١$ يمكن إيجاد مجموعها (مجموعها عدداً حقيقياً)

إذا كان : $|ر| > ١$ لا يمكن إيجاد مجموعها .

مجموع المتسلسلات الهندسية غير المنتهية

$$ج_{\infty} = \frac{أ}{١ - ر}$$

١ - مبدأ العد، مضروب العدد، التباديل

مضروب العدد

|ن = ن (ن − ١) (ن − ٢) × .... × ٣ × ٢ × ١

ملاحظات

١ — |٠ = ١ ، |١ = ١

٢ — إذا كان |ن = ١ فإن ن = صفر أو ن = ١ .

٣ — |ن = ن |ن − ١

٤ — عدد طرق ترتيب ن من الأشياء فى صف واحد = |ن

٥ — عدد طرق ترتيب ن من الأشياء فى دائرة = |ن − ١

١ - مبدأ العد، مضروب العدد، التباديل

التباديل

$$^{ن}ل_{ر} = ن(ن-١)(ن-٢)\ldots\ldots(ن-ر+١)$$

$$^{ن}ل_{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)!}$$

٢- التوافيق

القانون

$$^{ن}ق_{ر} = \frac{^{ن}ل_{ر}}{ر!}$$

نتائج

١ $$^{ن}ق_{ر} = \frac{ن!}{ر!\,(ن-ر)!}$$

٢ $^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ق_{ن-ر}$ (قانون التبسيط).

٣ $^{ن}ق_{٠} = ١$ ، $^{ن}ق_{ن} = ١$

٤ إذا كان $^{ن}ق_{س} = {}^{ن}ق_{ص}$ فإن :

س = ص أ، س + ص = ن

٢- التوافيق

ملاحظات

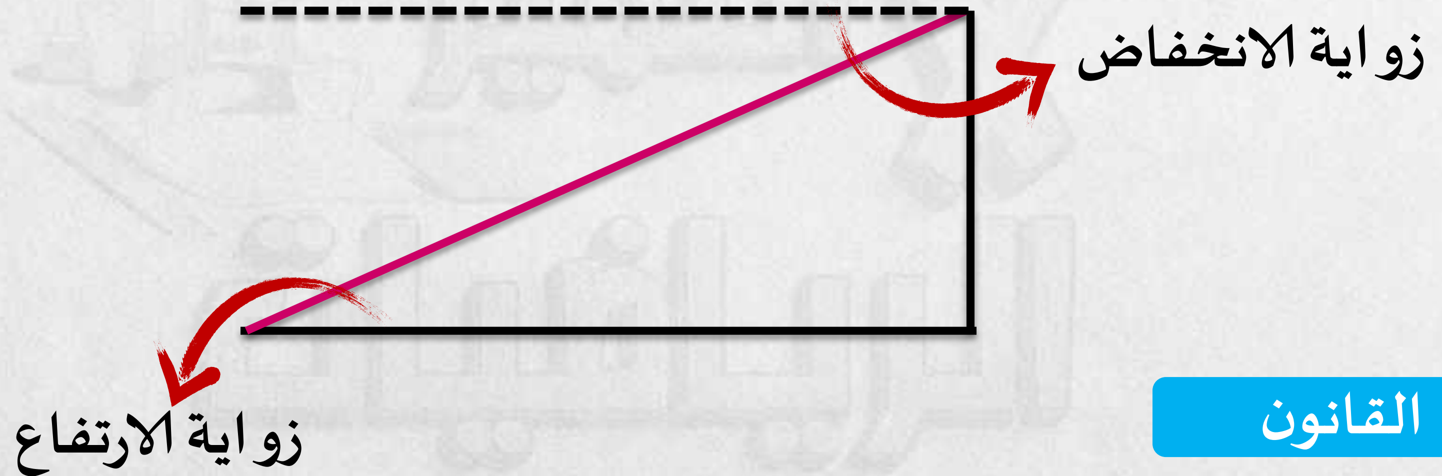
١ عدد جميع القطع المستقيمة التى يمكن تكوينها من ن من النقاط = $^{ن}ق_{٢}$

٢ عدد المثلثات التى يمكن تكوينها = $^{ن}ق_{٣}$

٣ عدد أقطار الشكل الهندسى الذى عدد أضلاعه ن ضلع = $^{ن}ق_{٢}$ – ن

٤ التبديل يكون بدون تكرار مع مراعاة الترتيب
أما التوافيق تكون بدون تكرار وبلا ترتيب .

١- زوايا الارتفاع والانخفاض



القانون

زاوية الارتفاع = زاوية الانخفاض

٢-الدوال المثلثية لمجموع وفرق زاويتين

أولاً جا (؟ ± ب)

جا (؟ + ب)= جا ؟ جتا ب + جتا ؟ جا ب

جا (؟ - ب)= جا ؟ جتا ب – جتا ؟ جا ب

ثانياً جتا (؟ ± ب)

جتا (؟ + ب)= جتا ؟ جتا ب – جا ؟ جا ب

جتا (؟ - ب)= جتا ؟ جتا ب + جا ؟ جا ب

٢-الدوال المثلثية لمجموع وفرق زاويتين

ثالثاً ظا (٢ ± ب)

$$ظا (٢ + ب) = \frac{ظا ٢ + ظا ب}{١ - ظا ٢ ظا ب}$$

$$ظا (٢ - ب) = \frac{ظا ٢ - ظا ب}{١ + ظا ٢ ظا ب}$$

٣-الدوال المثلثية لضعف الزاوية

أولاً

جا ٢أ = ٢ جا أ جتا أ

ثانياً

جتا ٢أ = جتا^{٢} أ − جا^{٢} أ

= ٢ جتا^{٢} أ − ١

= ١ − ٢ جا^{٢} أ

ثالثاً

ظا ٢أ = $\frac{\text{٢ ظا أ}}{\text{١ − ظا}^{٢}\text{ أ}}$ حيث ظا أ معرفة ، ظا^{٢} أ ≠ ١

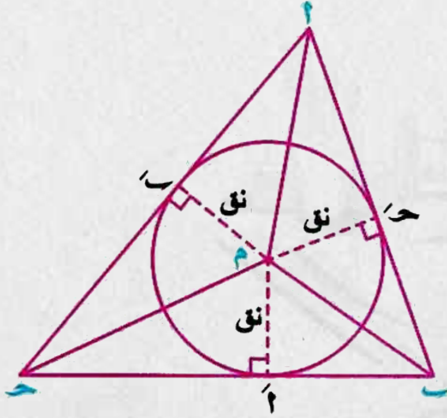
٤-قاعدة هيرون

مساحة المثلث

مساحة (Δ أ ب حـ) = $\sqrt{ع\,(ع-أ)\,(ع-ب)\,(ع-حـ)}$

٤-قاعدة هيرون

إيجاد طول نصف قطر الدائره المرسومة داخل المثلث



إذا كان طول نصف قطر الدائرة المرسومة داخل المثلث وتمس جميع أضلاعه = نق

ومساحة المثلث = Δ ، ومحيط المثلث = ٢ ع فإن : نق = $\frac{\Delta}{ع}$

١- معدل التغير

١ دالة التغير

$$ت(هـ) = د(س_١ + هـ) - د(س_١)$$

٢ دالةمتوسط التغير

$$م(هـ) = \frac{ت(هـ)}{هـ} = \frac{د(س_١ + هـ) - د(س_١)}{هـ}$$

٣ معدل التغير

$$\lim_{هـ \to ٠} م(هـ) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(س_١ + هـ) - د(س_١)}{هـ}$$

٢- الاشتقاق

تعريفه

١ معدل التغير

$$\lim_{هـ \to 0} \frac{د(س+هـ) - د(س)}{هـ}$$

٢ المشتقة الاولي للدالة

٣ ميل المماس

٣- قواعد الاشتقاق

١ إذا كانت : د (س) = ٢ حيث ٢ ثابت فإن : د/ (س) = صفر

٢ إذا كانت : د (س) = سᵑ حيث ᵑ ∈ ع فإن : د/ (س) = ᵑ س^(ᵑ−١)

٣ المشتقة الأولى لحاصل ضرب دالتين قابلتين للاشتقاق
= الأولى × مشتقة الثانية + الثانية × مشتقة الأولى .

٤ المشتقة الأولى لخارج قسمة دالتين قابلتين للاشتقاق

= (المقام × مشتقة البسط – البسط × مشتقة المقام) / مربع المقام

٤- مشتقة دالة الدالة (قاعدة السلسلة)

القانون

$$\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءع}} \times \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}$$

قواعد هامة

١ مشتقة (قوس)^{ن} = ن × (القوس)$^{ن-١}$ × مشتقة مابداخل القوس.

٢ $\frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\left(\text{ص}^{ن}\right) = ن\,\text{ص}^{ن-١} \times \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$

٣ إذا كانت : $\text{ص} = \sqrt{\text{د(س)}}$ فإن $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{د}'\text{(س)}}{٢\sqrt{\text{د(س)}}}$

٥- تطبيقات علي المشتقة الاولي للدالة

معادلة المماس للمنحني

$$ص - ص_{١} = م(س - س_{١})$$

معادلة العمودي للمنحني

$$ص - ص_{١} = -\frac{١}{م}(س - س_{١})$$

٦- التكامل

تعريفه

هو مجموعة المشتقات العكسية للدالة د ونرمز لها بالرمز $\int$ د (س) . (تكامل دالة س بالنسبة إلى س) .

٦- التكامل

قواعد التكامل

١ $\int$ سⁿ ء س = $\frac{١}{ن+١}$ س^(ن+١) + ث حيث : ث ثابت ، ن ≠ −١

٢ $\int$ ا . د (س) ء س = ا $\int$ د (س) ء س حيث ا عدد ثابت

٣ $\int$ ا ء س = ا س + ث

٤ $\int$ [د (س) ± ر (س)] ء س = $\int$ د (س) ء س ± $\int$ ر (س) ء س

٥ $\int$ (ا س + ب)ⁿ ء س = $\frac{١}{ا(ن+١)}$ (ا س + ب)^(ن+١) + ث

المراجعة النهائية

الصف الثاني الثانوي

تفاضل وتكامل

رياضيات بحتة

ترم ثاني (علمي فقط)

١- قابلية الدالة للاشتقاق

إذا كانت د/ (م) لها وجود حيث :

$$د'(م) = \lim_{هـ \to ٠} \frac{د(م+هـ) - د(م)}{هـ}$$

٢ - مشتقة الدوال المثلثية

١ إذا كانت ص = جتا س فإن : $\frac{دص}{دس}$ = – جا س

٢ إذا كانت ص = جا س فإن : $\frac{دص}{دس}$ = جتا س

٣ إذا كانت ص = طا س فإن : $\frac{دص}{دس}$ = $قا^2$ س

٣-تكامل الدوال المثلثية

١ $\int$ جا س ء س = − جتا س + ث

٢ $\int$ جتا س ء س = جا س + ث

٣ $\int$ قا^{٢} س ء س = ظا س + ث

٤ $\int$ جا (أ س + ب) ء س = − $\frac{١}{أ}$ جتا (أ س + ب) + ث

٥ $\int$ جتا (أ س + ب) ء س = $\frac{١}{أ}$ جا (أ س + ب) + ث

٦ $\int$ قا^{٢} (أ س + ب) ء س = $\frac{١}{أ}$ ظا (أ س + ب) + ث